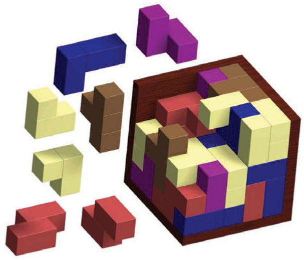
Rompecabezas matemáticos



Por Antonio Montalbán*

Continuando con la serie de problemas que se proponen en estas páginas, se plantea uno nuevo y se da la solución explicada al problema de las figuras geométricas planteado en el número anterior.

Nuevo Problema

La mesa redonda y las monedas

Planteo:

Consideremos el siguiente juego entre dos jugadores:

Supongamos que tenemos una mesa redonda y un montón de monedas, todas iguales. El juego comienza sin nada sobre la mesa. Alternadamente los jugadores van colocando monedas en la mesa. Las monedas deben ser colocadas acostadas sobre la mesa, y no se pueden poner una encima de otra ni paradas sobre el borde, ni cambiando de lugar a las monedas previamente colocadas. En algún momento la mesa estará llena de monedas y no habrá más lugar para poner otra. Pierde el juego el primer jugador que no pueda colocar su moneda.

Pregunta:

Suponiendo que los jugadores juegan de la mejor manera posible: ¿Cuál jugador gana: el primero o el segundo? En otras palabras: ¿Es posible que uno de los dos jugadores, si juega inteligentemente, gane siempre, independiente de lo que el otro jugador haga?

Pista:

La solución es independiente del tamaño de la mesa o de la moneda. Bueno, siempre y cuando la mesa sea más grande que la moneda.

Para que el lector pueda imaginarse el juego en una hoja de papel, le recomendamos que empiece asumiendo que la mesa no es mucho más grande que la moneda; digamos dos, tres o cuatro veces más grande.

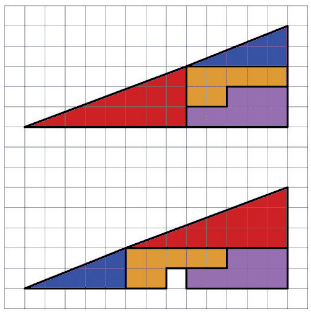
Problema: Rompecabezas geométrico

Planteo:

En la figura vemos cómo cuatro piezas exactamente iguales son re-acomodadas dando lugar a un casillero blanco que antes no estaba.

Pregunta:

¿Cómo puede ser?



Respuesta:

El lector que haya intentado resolver el problema se habrá dado cuenta de que las cuatro piezas en ambas figuras son exactamente iguales. La aparente paradoja proviene de que la mayoría de las personas tienden a asumir que la figura total es un triángulo.

Si la primera figura fuera un triángulo no podría aparecer un espacio libre en la segunda por el simple re-acomodo de las piezas, dado que el área total de la suma de las partes debe ser la misma, cualquiera sea su ordenamiento.

Si se miran las figuras con atención se ve que las hipotenusas (líneas diagonales) de los triángulos rojo y azul no están alineadas. La pendiente del triángulo rojo es de 3/8 = 0,375, mientras que la pendiente del triángulo azul es de 2/5 = 0,4. Por lo tanto, lo que parecería ser la hipotenusa de la figura total no es tal, ya que no es una línea recta.

¿De dónde viene el casillero blanco? Como ya observamos, la “hipotenusa” en la figura de arriba está hundida, mientras que la de la figura de abajo sobresale hacia afuera. Aunque esta diferencia parece mínima, produce una diferencia entre el área de la figura de arriba y el área de la de abajo. Esta diferencia es exactamente igual al área del casillero blanco.

*__Antonio Montalbán__ *es Licenciado en Matemáticas por la Universidad de la República (UR) y PhD de la Universidad de Cornell (Estados Unidos). Actualmente trabaja como investigador y docente en la Universidad de Chicago (Estados Unidos).*