

Rompecabezas matemáticos



Por Antonio Montalbán*

Problema: Sobre camellos y bananas

Planteo:

Imaginemos la siguiente situación. Tenemos un camello y 3.000 bananas en un cierto punto en el desierto, y nuestro objetivo es trasladar tantas bananas como podamos a un segundo punto en el desierto, que queda a 1.000 kilómetros de distancia. Las condiciones son las siguientes: el camello puede cargar como máximo 1.000 bananas a la vez. Además, antes de recorrer un kilómetro, el camello necesita comerse una banana.

Pregunta: ¿Cuál es el mayor número de bananas que podemos llevar a nuestro objetivo?

Pista: Pensemos que uno puede llevar una cierta cantidad de bananas y dejarlas en un cierto punto, luego volver por más. El problema es que mientras más va y vuelve el camello, más bananas necesita comerse. La solución es mayor a 500.

Respuesta:

La solución es 534. El camello puede llevar 534 bananas a su destino a 1.000 km de distancia. Hay varias formas de llegar a esta solución. Explicaremos una de ellas.

Lo primero que tenemos que hacer es llevar 2.000 bananas al kilómetro 200. Lo hacemos de la siguiente manera: El camello sale con 1.000 bananas, deja 600 en el km 200 y vuelve. Nótese que se comió 400 bananas, que fue lo que consumió durante el recorrido de ida y vuelta hasta el km 200. Luego hace lo mismo con las siguientes 1.000 bananas, dejando 600 más. Y lo mismo con las últimas 1.000, esta vez sin necesidad de regresar, por lo tanto dejando 800 bananas. Hasta ahora tenemos $600+600+800=2.000$ bananas en el km 200.

Observemos que no hay forma de llevar más de 2.000 bananas más allá del km 200, porque sería necesario ir, volver, ir, volver, e ir otra vez, y en ese recorrido consumiría $200 \times 5 = 1.000$ bananas. Este argumento se podría plantear con más precisión, pero sería bastante más tedioso.

El segundo paso es llevar 1.001 bananas al kilómetro 533 desde el kilómetro 200. Lo hacemos de la siguiente manera: El camello sale con 1.000 bananas, deja 334 en el km 533 (luego de caminar 333 km) y vuelve. Nótese que se comió 666 bananas que fue lo que consumió en el recorrido de ida y vuelta desde el km 200 hasta el km 533. Luego hace lo mismo con las siguientes 1.000 bananas, esta vez sin necesidad de regresar, por lo tanto dejando 667 bananas. Hasta ahora tenemos $334+667=1.001$ bananas en el km 533.

Igual que antes, se puede demostrar que no se pueden llevar más de 1.001 bananas más allá del km 533, ya que para cada viaje entre el km 200 y el 533 necesita 333 bananas, y se trata de tres viajes, ida y vuelta e ida otra vez, en total 999 bananas.

Por último, el camello se come una banana y sale con las 1.000 restantes. Se come otras 466 en el camino, por lo que llegaría con 534 a su destino en el km 1.000.

Problema: El juego de los ceritos

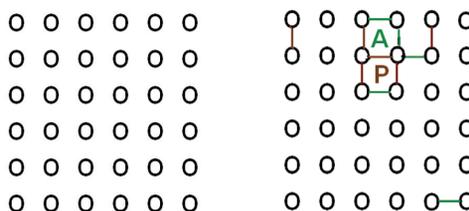
Planteo:

Todos jugamos en algún momento el juego de los ceritos: Se dibujaban ceritos en un cuadrulado, y uno después tenía que ir uniendo los ceros y tratar de cerrar cuadrados. ¿Se acuerdan?

Por si acaso, esta es la descripción completa: Hay dos jugadores. Se dibuja un cuadrulado de $n \times n$ circulitos. Los jugadores van por turnos dibujando líneas que unen circulitos (que no estaban unidos antes). Cuando un jugador dibuja una línea que completa un cuadrado (determinado por 4 ceros adyacentes), pone su inicial dentro del cuadrado y eso le vale un punto. Continúan así hasta que no haya más ceros para unir.

Tradicionalmente, cuando un jugador completa un cuadrado, el jugador juega de vuelta hasta que no pueda completar más cuadrados. Consideremos la versión en la que los jugadores juegan una vez cada uno independientemente de si completaron un cuadrado o no. O sea, no vuelven a jugar si completan un cuadrado.

Pregunta: Supongamos que n es un número par. Encuentre una estrategia para el segundo jugador que le asegure que va a ganar siempre.



*Antonio Montalbán es Licenciado en Matemáticas por la Universidad de la República (UdelaR), Uruguay. Actualmente es profesor titular en la Universidad de California, Berkeley (Estados Unidos).

